

5 図1は元素Aの単体の結晶構造で面心立方格子(立方最密構造), 図2は元素Bの単体の結晶構造で六方最密構造を示す。図中の丸は原子位置, 太線は単位格子の辺を示す。A, Bそれぞれの単位格子の体積を  $V_A, V_B$  とし,  $V_B/V_A = \sqrt{2}$  である。つぎの問に答えよ。ただし, 結晶中の原子を球とみなし, 最も近い原子は互いに接しているものとする。また,  $\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73$  とする。

問 i 元素A, Bの原子半径をそれぞれ  $r_A, r_B$  とすると  $r_B/r_A$  はいくらか。解答は小数点以下第2位を四捨五入して, 下の形式により示せ。

□ . □

問 ii Aの単位格子の一辺の長さを  $a_A$ , Bの単位格子の底面の一辺の長さを  $a_B$ , 高さを  $c_B$  とすると  $c_B/a_A$  はいくらか。解答は小数点以下第2位を四捨五入して, 下の形式により示せ。

□ . □

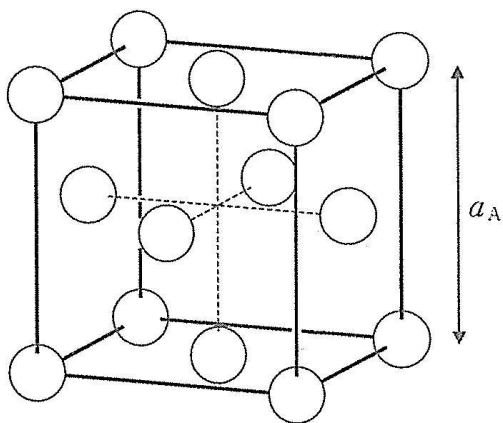


図1

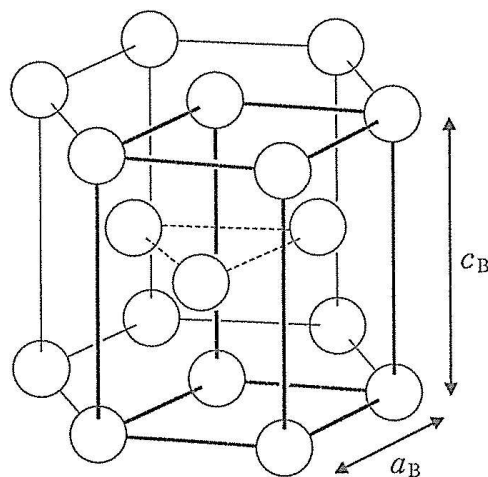


図2

5 (中学の「立方の定理」の問題) (11)

由い

図1 元素A

左図より,

$$4r_A = \sqrt{2} a_A \quad \dots \textcircled{1}$$

よって,

$$r_A = \frac{1}{2\sqrt{2}} a_A \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a_A = 2\sqrt{2} r_A \quad \dots \textcircled{1}$$

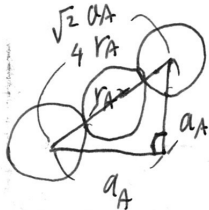
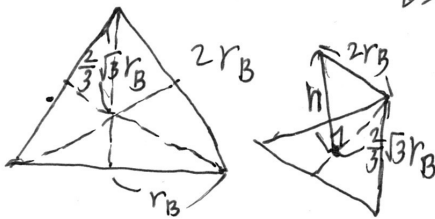


図2 元素B.

正四面体の4個の原子の中心は辺の長さ $2r_B$ の正四面体。

$$2r_B = a_B \quad \dots \textcircled{2}$$

正四面体の高さを $h$ とすると、重心と頂点の距離は、 $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} r_B$ と存する。立方の定理より



$$h^2 = (2r_B)^2 - \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}r_B\right)^2$$

$$= \frac{8}{3} r_B^2 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$h = \frac{2\sqrt{6}}{3} r_B \quad \dots \textcircled{4}$$

$C_B = 2h$  なるより、

$$C_B = \frac{4\sqrt{6}}{3} r_B \quad \dots \textcircled{5}$$

体積

$$V_A = a_A^3 \quad \dots \textcircled{6}$$

$$V_B = \frac{2}{3} \cdot a_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a_B \cdot C_B = \frac{\sqrt{3}}{2} a_B^2 \cdot C_B \quad \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{6}, \textcircled{7} \text{ より } \frac{V_B}{V_A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{a_B^2}{a_A^3} \cdot C_B = \sqrt{2} \quad \dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{8}$  に  $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$  を代入し、

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{8\sqrt{2} r_B^3}{4\sqrt{2} r_A^3} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \frac{r_B}{r_A} = 2^{\frac{1}{2}} = 1.41 \quad \dots \textcircled{9} \quad \left(\frac{41}{2}\right) \underline{1.4}$$

問 ii

①より,

$$r_A = \frac{1}{2\sqrt{2}} a_A \quad \dots \textcircled{10}$$

⑤より,

$$r_B = \frac{3}{4\sqrt{6}} a_B \quad \dots \textcircled{11}$$

$$\textcircled{10}, \textcircled{11} \text{より}, \frac{r_B}{r_A} = \frac{3}{4\sqrt{6}} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{a_B}{a_A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a_B}{a_A}$$

$$\text{よって}, \frac{a_B}{a_A} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2.82}{1.73} = 1.63$$

(答) 1.6